

Proposition de thèse (début 01/09/2019 ou 01/10/2019) avec financement ANR

Turbulence Quantique dans ^4He et condensats de Bose-Einstein : modélisation et simulation numérique haute performance

Directeurs de thèse :

Ionut DANAILA

Laboratoire de mathématiques

Raphaël Salem, Rouen

ionut.danaila@univ-rouen.fr

Marc BRACHET

Laboratoire de Physique Statistique

Ecole Normale Supérieure

marc.brachet@gmail.com

Contexte et perspectives :

La thèse se déroulera dans le cadre du projet ANR QUTE-HPC (janvier 2019 - décembre 2022), porté par I. Danaila. Ce projet est dédié à la modélisation et la simulation haute-performance de systèmes superfluides, comme le condensat de Bose-Einstein ou l'hélium superfluide. Il réunit 10 chercheurs permanents de Rouen, Paris, Lyon, Poitiers et Grenoble, avec des compétences en mathématiques appliquées, physique et calcul haute-performance. Le stagiaire bénéficiera ainsi d'un environnement scientifique stimulant et de la possibilité de participer aux nombreuses collaborations internationales (USA, UK, Japon) établies dans le cadre du projet.

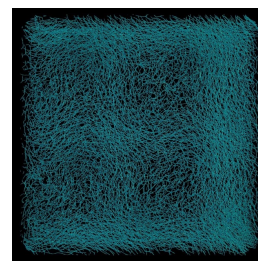
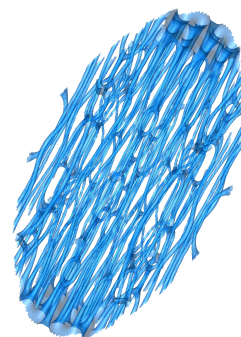
Positionnement et description du sujet :

La turbulence quantique est un phénomène multi-échelle et multi-physique qui apparaît dans des systèmes superfluides, comme l'hélium superfluide et les condensats de Bose-Einstein. Il s'agit d'un domaine de recherche récent, très dynamique et d'importance hautement stratégique pour la future révolution technologique [1]. La difficulté pour modéliser ou simuler ce système vient du fait que, à température finie, deux fluides différents coexistent et interagissent fortement : un fluide *normal* visqueux (décrit par les équations de Navier-Stokes, NS) et un superfluide sans viscosité (décrit par l'équation de Gross-Pitaevskii, GP). La présence de tourbillons quantiques, générés dans la fraction superfluide, est une caractéristique qui n'existe pas dans les fluides classiques. Les échelles caractéristiques vont de l'angström (pour le diamètre d'un tourbillon quantique) jusqu'au mètre pour la dimension du cryostat, ce qui explique l'absence d'une approche globale de la turbulence quantique décrivant fidèlement toutes les échelles.

Les travaux se situeront à l'interface entre modélisation physique et mathématiques appliquées numériques, avec plusieurs objectifs qui, une fois atteints, peuvent conduire à des premières scientifiques dans ce domaine :

(A) Réaliser des simulations haute-performance de la turbulence quantique dans les condensats de Bose-Einstein. Nous disposons d'ores et déjà dans le projet QUTE-HPC de deux outils numériques pour résoudre l'équation de GP : une toolbox éléments finis utilisant le logiciel libre FreeFem++ [2, 3] et un code maison spectral utilisant MPI-OpenMP [4].

Des configurations avec quelques dizaines de vortex quantiques ont été déjà simulées [3] (voir figure, en haut). Le passage vers des configurations de type turbulence quantique (voir figure, en bas), avec des milliers de vortex, nécessitera un travail technique important pour effectuer ce genre de simulations sur les machines du centre de calcul régional CRIANN. Une activité de modélisation sera nécessaire pour imposer une condition initiale physique et calculer les diagnostics appropriés (une étude bibliographique intense de la littérature physique sera nécessaire). Dans un premier temps, il va falloir retrouver les résultats déjà publiés dans la littérature [5], avec de meilleures résolutions (2048^3 ou même 4096^3).



Condensat de Bose-Einstein avec un réseau dense de vortex quantiques (en haut, simulation de I. Danaila) et Turbulence Quantique basée sur l'équation de Gross-Pitaevskii (en bas, simulation de Marc Brachet).

Dans un deuxième temps, cette activité permettra d'étudier des phénomènes peu explorés numériquement dans la physique du condensat de Bose-Einstein : l'oscillation des lignes de vortex (ondes de Kelvin) dans un réseau dense d'Abrikosov et les oscillations collectives (modes de Tkachenko) du réseau de vortex [6]. La description fine de ces phénomènes permettra d'aborder la modélisation de la turbulence quantique dans le condensats de Bose-Einstein, observée dans les expériences récentes [7].

(B) Modéliser mathématiquement et physiquement le couplage entre le fluide normal et la fraction superfluide qui coexistent dans l'hélium superfluide ^4He . Les modèles actuels prennent en compte de manière simplifiée la partie superfluide, soit en représentant les vortex quantiques comme filaments de vorticité (modèles NS-vortex filaments), soit en considérant une vorticité superfluide moyenn e dans un modèle fluide de type Euler (two-fluid model) [8]. Nous nous proposons de développer une description plus fine de ces phénomènes, en prenant en compte toutes les échelles présentes dans le ^4He . Cela implique une intense activité de modélisation pour coupler l'équation de Gross-Pitaevskii, décrivant la fraction superfluide, et les équations de Navier-Stokes, décrivant la fraction de fluide normal. Il s'agit d'un sujet de recherche compl tement nouveau qui n'a pas été traité dans la littérature. Le nouveau modèle (three-fluid model) serait l'équivalent de l'approche de la Simulation des Grandes Echelles (SGE) des fluides classiques, qui est le modèle le plus avancé pour simuler des écoulements en aérodynamique, combustion, géophysique, etc. La dérivation d'un modèle SGE pour l'hélium superfluide serait une première dans ce domaine.

Compétences requises : mécanique quantique, méthodes numériques.

Bibliographie (avec liens web)

[1] The Large Hadron Collider, [lien web](#) ; The ITER Cryoplant, [lien web](#)

[2] <http://www.freefem.org>

[3] I. Danaila, 2005. /em Three-dimensional vortex structure of a fast rotating Bose-Einstein condensate with harmonic-plus-quartic confinement, *Phys. Review A*, 72:013605(1–6).

G. Vergez, I. Danaila, S. Auliac and F. Hecht, 2016. *A finite-element toolbox for the stationary Gross-Pitaevskii equation with rotation*, *Computer Physics Communications*, 209, p. 144–162, 2016.

[4] P. Parnaudeau, J.-M. Sac- p e, A. Suzuki, *GPS: an efficient and spectrally accurate code for computing Gross-Pitaevskii Equation*, International Super Computing (ISC) Frankfurt (Germany), July 12-16, 2015.

[5] Clark di Leoni, P. and Mininni, P.D. and Brachet, M.E., 2015. *Spatio temporal detection of Kelvin waves in quantum turbulence simulations*. *Phys. Rev. A*, 95:053636.

Clark di Leoni, P. and Mininni, P.D. and Brachet, M.E., 2018. *Finite-temperature effects in helical quantum turbulence*, *Phys. Rev. A* 97:043629.

[6] Tsubota, M., 2006. *Quantized vortices in superfluid helium and Bose-Einstein condensates*, *Journal of Physics : Conference Series*, 31(1) :88.

[7] E.A.L. Henn, J.A. Seman, G. Roati, K.M.F. Magalh esw, and V.S. Bagnato, 2010. *Generation of vortices and observation of quantum turbulence in an oscillating Bose-Einstein condensate*, *J. Low Temp. Phys.*, 158 :435-442.

[8] Tsubota, M., Fujimoto, K. and Yui, S., 2017. Numerical Studies of Quantum Turbulence, *J. of Low Temperature Physics*, 188 :119-189.